

## Calculatedoku

<http://puzzlepicnic.com/>

例題 (Genres Calculatedoku anurag.sahay, June 7, 2014より)

<sup>12x</sup>		<sup>16x</sup>		<sup>16+</sup>	
<sup>18+</sup>			<sup>20+</sup>		
			<sup>6</sup>		
<sup>11</sup>					
			<sup>4</sup>		

1~6

解答

<sup>12x</sup>	6	2	<sup>16x</sup>	1	4	<sup>16+</sup>	5	3
<sup>18+</sup>	3	1	4	<sup>20+</sup>	5	6	2	
	1	3	2	6	4	5		
	5	6	3	<sup>6</sup>	2	1	4	
<sup>11</sup>	4	5	6	3	2	1		
	2	4	5	<sup>4</sup>	1	3	6	

1~6

### ルール

各行、各列に枠の外に書かれた範囲の数字を1個ずつ入れる。

盤面に書かれた数字は、太線で区切られた領域内のマスの数字の、和、差、積、商のいずれかがその数字になることを表す。ただし、差と商は2マス領域のときのみ。

数字の後ろに演算記号があるときは、演算はその記号に従う。

(<http://puzzlepicnic.com/> より)

線形計画法では和しか扱えないので、積、商、差については、候補となる数の組み合わせを全部調べておき、整数計画法には、その選択のみをやらせることにする。

行番号をI、列番号をJとし、部屋に番号を振り、マス座標との対応を取った表を用意する。

		J							
		1	2	3	...	Nc			
I	1	<sup>12x</sup>	1	<sup>16x</sup>	2	2	<sup>16+</sup>	3	3
	2	<sup>18+</sup>	4	1	2	<sup>20+</sup>	5	3	3
	3		4	4	4	5	5	5	
			6	4	4	<sup>6</sup>	7	8	8
			<sup>11</sup>	9	9	10	7	8	8
	Nr		9	11	11	<sup>4</sup>	12	12	8

各部屋の、和のとき以外の数字の組み合わせの候補値を調べた表を用意する。

部屋番号	マス数	指定数字	候補
1	3	12x	(6,2,1) (3,4,1) (3,2,2)
2	3	16x	(4,4,1) (2,4,2)
3	4	16+	
4	6	18+	
5	4	20+	
6	1	ナシ	
7	2	6	(1,6) (2,3)
8	4	ナシ	
9	3	11	和にしかない
10	1	ナシ	
11	2	ナシ	
12	2	4	(1,5) (2,6) (1,4)

## 変数

$$\begin{aligned} C(I, J, K) &= 1 && \text{マス}(I, J) \text{に数字} K \text{が入るとき} \\ &= 0 && \text{ " " " 入らないとき} \\ S(L) &= 1 && \text{部屋} L \text{の指定数字が和になるとき} \\ &= 0 && \text{ " " " 和以外するとき} \\ y(L, M) &= 1 && \text{部屋} L \text{へ入れる数字組み合わせ候補の} M \text{番目を採用するとき} \\ &= 0 && \text{ " " " 採用しないとき} \\ N(L) &= M && \text{部屋} L \text{の数字の和が} M \text{のとき} \end{aligned}$$

## 目的関数

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \\ &x \quad (\text{ダミー}) \end{aligned}$$

## 制約式

subject to

1. 各マスには範囲指定された数字のどれかが入る

$$\begin{aligned} &\sum_{K=1}^{N_m} C(I, J, K) = 1 && (I=1, 2, \dots, N_r) \\ & && (J=1, 2, \dots, N_c) \\ &N_m \text{は数字範囲の最大値} \end{aligned}$$

2. 各行に現れる数字は1個ずつ

$$\begin{aligned} &\sum_{J=1}^{N_c} C(I, J, K) = 1 && (I=1, 2, \dots, N_r) \\ & && (K=1, 2, \dots, N_m) \end{aligned}$$

3. 各列に現れる数字は1個ずつ

$$\begin{aligned} &\sum_{I=1}^{N_r} C(I, J, K) = 1 && (J=1, 2, \dots, N_c) \\ & && (K=1, 2, \dots, N_m) \end{aligned}$$

4. 既定演算子

部屋  $L$  に演算子  $+$  が指定されたとき、または和しか当て嵌まらないとき

$$S(L) = 1$$

他の演算子を指定、または和では表現できない大きな数のとき

$$S(L) = 0$$

5. 各部屋の数字の和 ( 必要ないものも計算しておく )

$$\begin{aligned} &\sum_{I=1}^{N_r} \sum_{J=1}^{N_c} \sum_{K=1}^{N_m} K * C(I, J, K) = N(L) && (L=1, 2, \dots, N_d) \\ & && N_d \text{は部屋の総数} \end{aligned}$$

ただし  $N(L)$  は部屋  $L$  所属の  $(I, J)$  のみ

6. 和の指定値 (  $S(L) = 1$  のときのみ働かせる )

$$N(L) + \text{big}M * \{1 - S(L)\} \leq N_s \quad (L=1, 2, \dots, N_d)$$

$$N(L) + N_s * \text{big}M * \{1 - S(L)\} \leq N_s$$

$N_s$  は盤面で部屋に指定された数

## 7. 候補値のセット

一般式を書くと分かりにくいので、例題の部屋1の場合を示す。

マス(1,1), (1,2), (2,2)に数字[6,2,1]の組み合わせを入れる場合、普通にやれば

$$\begin{array}{l}
 C(1,1,6)+C(1,1,2)+C(1,1,1)=1 \\
 C(1,2,6)+C(1,2,2)+C(1,2,1)=1 \\
 C(2,2,6)+C(2,2,2)+C(2,2,1)=1 \\
 C(1,1,6)+C(1,2,6)+C(2,2,6)=1 \\
 C(1,1,2)+C(1,2,2)+C(2,2,2)=1 \\
 C(1,1,1)+C(1,2,1)+C(2,2,1)=1
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{各マスには6か2か1が入る} \\ \\ \\ \text{部屋に入る6、2、1は1個ずつ} \end{array}$$

と等号で結んだ式にするが、これでは他の数字の組と選択処置ができないので無理やり不等号にする。すなわち

$$\begin{array}{ll}
 C(1,1,6)+C(1,1,2)+C(1,1,1) & 1 \\
 C(1,2,6)+C(1,2,2)+C(1,2,1) & 1 \\
 C(2,2,6)+C(2,2,2)+C(2,2,1) & 1 \\
 C(1,1,6)+C(1,2,6)+C(2,2,6) & 1 \\
 C(1,1,2)+C(1,2,2)+C(2,2,2) & 1 \\
 C(1,1,1)+C(1,2,1)+C(2,2,1) & 1
 \end{array}$$

こうしておいて、これを部屋1の1組目の候補値、 $y(1,1)=1$ のときの選択値とするため不等号の大なる辺にbigMをかます。

$$\begin{array}{ll}
 C(1,1,6)+C(1,1,2)+C(1,1,1)+\text{bigM}\{1-y(1,1)\} & 1 \\
 C(1,2,6)+C(1,2,2)+C(1,2,1)+\text{bigM}\{1-y(1,1)\} & 1 \\
 C(2,2,6)+C(2,2,2)+C(2,2,1)+\text{bigM}\{1-y(1,1)\} & 1 \\
 C(1,1,6)+C(1,2,6)+C(2,2,6) & 1+\text{bigM}\{1-y(1,1)\} \\
 C(1,1,2)+C(1,2,2)+C(2,2,2) & 1+\text{bigM}\{1-y(1,1)\} \\
 C(1,1,1)+C(1,2,1)+C(2,2,1) & 1+\text{bigM}\{1-y(1,1)\}
 \end{array}$$

同様に2組目の候補値[4,3,1]に対して

$$\begin{array}{ll}
 C(1,1,4)+C(1,1,3)+C(1,1,1)+\text{bigM}\{1-y(1,2)\} & 1 \\
 C(1,2,4)+C(1,2,3)+C(1,2,1)+\text{bigM}\{1-y(1,2)\} & 1 \\
 C(2,2,4)+C(2,2,4)+C(2,2,1)+\text{bigM}\{1-y(1,2)\} & 1 \\
 C(1,1,4)+C(1,2,4)+C(2,2,4) & 1+\text{bigM}\{1-y(1,2)\} \\
 C(1,1,3)+C(1,2,3)+C(2,2,3) & 1+\text{bigM}\{1-y(1,2)\} \\
 C(1,1,1)+C(1,2,1)+C(2,2,1) & 1+\text{bigM}\{1-y(1,2)\}
 \end{array}$$

同様に3組目の候補値[3,2,2]に対して

$$\begin{array}{ll}
 C(1,1,3)+C(1,1,2)+\text{bigM}\{1-y(1,3)\} & 1 \\
 C(1,2,3)+C(1,2,2)+\text{bigM}\{1-y(1,3)\} & 1 \\
 C(2,2,3)+C(2,2,2)+\text{bigM}\{1-y(1,3)\} & 1 \\
 C(1,1,3)+C(1,2,3)+C(2,2,3) & 1+\text{bigM}\{1-y(1,3)\} \\
 C(1,1,2)+C(1,2,2)+C(2,2,2) & 2+\text{bigM}\{1-y(1,3)\}
 \end{array}$$

実際に採用されるのは、この  $y(1,1), y(1,2), y(1,3)$  のどれか一つであるから

$$y(1,1)+y(1,2)+y(1,3) = 1$$

もし部屋1に演算子の積の記号がなく、和もしくはこれらの候補値のときは、6. の式でS(1)も指定し、

$$S(1)+y(1,1)+y(1,2)+y(1,3) = 1$$

とする。

上下界

bounds

変数型

binary

C(I,J,K)

(I=1,2.....Nr)

(J=1,2.....Nc)

(K=1,2.....Nk)

S(L)

(L=1,2.....Nm)

y(L,M)

(L=1,2.....Nm)

(M=1,2.....Ny)

Nyは各部屋の数字組候補数

general

N(L)

(L=1,2.....Nm)

終端

end