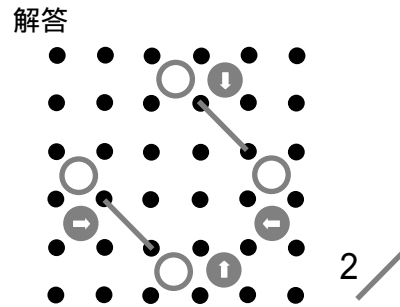
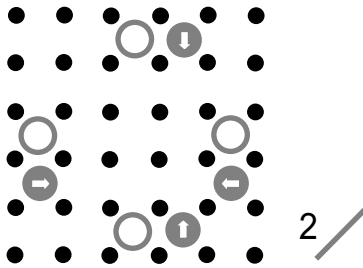


Gravity

<http://puzzlepnic.com/>

例題 (Genres Gravity Maarten, May 6, 2013より)



元のパズルでは、玉の移動経路を描くことになっていないが、分かりやすいよう矢印を描いた。

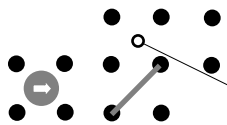
ルール

黒点を結ぶ傾斜板を配置し、矢印方向に進む玉をすべて別々の穴に導く。

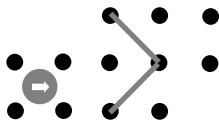
玉は最初の方角を保って進み、傾斜板に当たったときのみ斜めに滑り、その後も最初の方角に進む。

玉同士の経路は互いに干渉しない。交わってもよいし、玉のあった跡を通過してもよい。

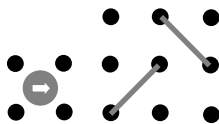
玉は傾斜板の当たった側の面に沿って斜めに滑る。従って、



この板の配置では
ここに穴があっても入れない



この板の配置では玉が支えて動けなくなるので、
この配置は禁止である。



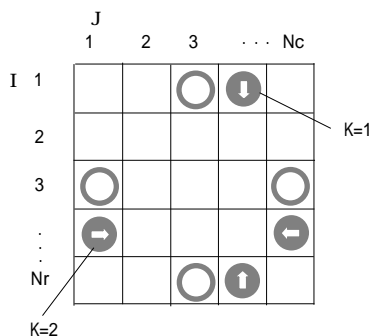
この配置は許される。

穴の位置及び最初の玉の位置に傾斜板は配置できない。

盤右下の数字は配置する傾斜板の総数を表す。最初から与えられているものも数に含める。

(<http://puzzlepnic.com/> より)

黒点は面倒なので格子とし、
行番号をI、列番号をJとし、玉番号をKとする。



変数

$S(I,J) = 1$	マス(I,J)に / が入るとき
$= 0$	" 入らないとき
$B(I,J) = 1$	マス(I,J)に \ が入るとき
$= 0$	" 入らないとき
$E(I,J) = 1$	マス(I,J)が空のとき
$= 0$	" に / か \ が入るとき
$U(I,J,K) = 1$	マス(I,J)に来た玉Kが上向きに移動するとき
$= 0$	" しないとき
$D(I,J,K) = 1$	マス(I,J)に来た玉Kが下向きに移動するとき
$= 0$	" しないとき
$L(I,J,K) = 1$	マス(I,J)に来た玉Kが左向きに移動するとき
$= 0$	" しないとき
$R(I,J,K) = 1$	マス(I,J)に来た玉Kが右向きに移動するとき
$= 0$	" しないとき
$UL(I,J,K) = 1$	マス(I,J)に来た玉Kが左上向きに移動するとき
$= 0$	" しないとき
$UR(I,J,K) = 1$	マス(I,J)に来た玉Kが右上向きに移動するとき
$= 0$	" しないとき
$DL(I,J,K) = 1$	マス(I,J)に来た玉Kが左下向きに移動するとき
$= 0$	" しないとき
$DR(I,J,K) = 1$	マス(I,J)に来た玉Kが右下向きに移動するとき
$= 0$	" しないとき

目的関数

minimize
x (ダミー)

制約式

subject to

1. マスは /、\ または空である

$$S(I,J)+B(I,J)+E(I,J) = 1 \quad \begin{array}{l} (I=1,2,\dots,Nr) \\ (J=1,2,\dots,Nc) \end{array}$$

2. 初期玉マスおよび穴マスには傾斜板は付かない

(I,J)を玉マス、穴マスの座標として

$$E(I,J) = 1 \quad \begin{array}{l} (K=1,2,\dots,Nb) \\ (L=1,2,\dots,Nh) \end{array}$$

Nbは玉の総数、Nhは穴の総数

3. 盤面指定傾斜板 (この例題にはないが)

(I,J)を / マス、\ マスの座標として

$$S(I,J) = 1$$

$$B(I,J) = 1$$

4. 傾斜板総数の指定値

$$\sum_{I=1}^{Nr} \sum_{J=1}^{Nc} \{S(I, J) + B(I, J)\} = Na \quad (\text{盤右下指定値})$$

5. 玉には矢印が付く

(I, J)を玉 K の座標として

$$\text{上矢印玉 } U(I, J, K) = 1 \quad (K=1, 2, \dots, Nb)$$

$$\text{下矢印玉 } D(I, J, K) = 1$$

$$\text{左矢印玉 } L(I, J, K) = 1$$

$$\text{右矢印玉 } R(I, J, K) = 1$$

6. 穴から出て行く矢印はない

(I, J)を穴 L の座標として

$$U(I, J, K) + D(I, J, K) + L(I, J, K) + R(I, J, K) \quad (K=1, 2, \dots, Nb)$$

$$+ UL(I, J, K) + UR(I, J, K) + DL(I, J, K) + DR(I, J, K) = 0 \quad (L=1, 2, \dots, Nh)$$

7. 玉は可動範囲外には行かない

Nr Nc

$$\sum_{I=1}^{Nr} \sum_{J=1}^{Nc} \{U(I, J, K) + D(I, J, K) + L(I, J, K) + R(I, J, K) + UL(I, J, K) + UR(I, J, K) + DL(I, J, K) + DR(I, J, K)\} = 0 \quad (K=1, 2, \dots, Nb)$$

ただし (I, J) は可動範囲外のマス

玉は一方向に進み、傾斜板で斜めに進むだけであるから、下図のような到達不可能マスが発生する。



8. 穴に入る矢印は1本だけである

(I, J)を穴 L の座標として

$$\sum_{K=1}^{Nb} \{U(I+1, J, K) + D(I-1, J, K) + L(I, J+1, K) + R(I, J-1, K) + UL(I+1, J+1, K) + UR(I+1, J-1, K) + DL(I-1, J+1, K) + DR(I-1, J-1, K)\} = 1 \quad (L=1, 2, \dots, Nh)$$

9. 空マスに入った玉は初めの矢印方向に進む

玉 K が上向き矢印玉のとき

$$U(I+1, J, K) + E(I, J) - U(I, J, K) = 1 \quad (I=1, 2, \dots, Nr)$$

$$UL(I+1, J+1, K) + E(I, J) - U(I, J, K) = 1 \quad (J=1, 2, \dots, Nc)$$

$$UR(I+1, J-1, K) + E(I, J) - U(I, J, K) = 1 \quad (K=1, 2, \dots, Nb)$$

玉 K が下向き矢印玉のとき

$$D(I-1, J, K) + E(I, J) - D(I, J, K) = 1$$

$$DL(I-1, J+1, K) + E(I, J) - D(I, J, K) = 1$$

$$DR(I-1, J-1, K) + E(I, J) - D(I, J, K) = 1$$

9 . 空マスに入った玉は初めの矢印方向に進む (続き)

玉 K が左向き矢印玉のとき

$$\begin{array}{lll} L(I, J+1, K)+E(I, J)-L(I, J, K) & 1 & (I=1, 2, \dots, Nr) \\ UL(I+1, J+1, K)+E(I, J)-L(I, J, K) & 1 & (J=1, 2, \dots, Nc) \\ DL(I-1, J+1, K)+E(I, J)-L(I, J, K) & 1 & (K=1, 2, \dots, Nb) \end{array}$$

玉 K が右向き矢印玉のとき

$$\begin{array}{lll} R(I, J-1, K)+E(I, J)-R(I, J, K) & 1 & \\ UR(I+1, J-1, K)+E(I, J)-R(I, J, K) & 1 & \\ DR(I-1, J-1, K)+E(I, J)-R(I, J, K) & 1 & \end{array}$$

1 0 . 傾斜板に当たった玉は斜めに滑る

玉 K が上向き矢印玉のとき

$$\begin{array}{lll} U(I+1, J, K)+S(I, J)-UR(I, J, K) & 1 & (I=1, 2, \dots, Nr) \\ U(I+1, J, K)+B(I, J)-UL(I, J, K) & 1 & (J=1, 2, \dots, Nc) \\ UL(I+1, J+1, K)+S(I, J)-UR(I, J, K) & 1 & (K=1, 2, \dots, Nb) \\ UL(I+1, J+1, K)+B(I, J)-UL(I, J, K) & 1 & \\ UR(I+1, J-1, K)+S(I, J)-UR(I, J, K) & 1 & \\ UR(I+1, J-1, K)+B(I, J)-UL(I, J, K) & 1 & \end{array}$$

玉 K が下向き矢印玉のとき

$$\begin{array}{lll} D(I-1, J, K)+S(I, J)-DL(I, J, K) & 1 & \\ D(I-1, J, K)+B(I, J)-DR(I, J, K) & 1 & \\ DL(I-1, J+1, K)+S(I, J)-DL(I, J, K) & 1 & \\ DL(I-1, J+1, K)+B(I, J)-DR(I, J, K) & 1 & \\ DR(I-1, J-1, K)+S(I, J)-DL(I, J, K) & 1 & \\ DR(I-1, J-1, K)+B(I, J)-DL(I, J, K) & 1 & \end{array}$$

玉 K が左向き矢印玉のとき

$$\begin{array}{lll} L(I, J+1, K)+S(I, J)-DL(I, J, K) & 1 & \\ L(I, J+1, K)+B(I, J)-UL(I, J, K) & 1 & \\ UL(I+1, J+1, K)+S(I, J)-DL(I, J, K) & 1 & \\ UL(I+1, J+1, K)+B(I, J)-UL(I, J, K) & 1 & \\ DL(I-1, J+1, K)+S(I, J)-DL(I, J, K) & 1 & \\ DL(I-1, J+1, K)+B(I, J)-UL(I, J, K) & 1 & \end{array}$$

玉 K が右向き矢印玉のとき

$$\begin{array}{lll} R(I, J-1, K)+S(I, J)-UR(I, J, K) & 1 & \\ U(I, J-1, K)+B(I, J)-DR(I, J, K) & 1 & \\ UR(I+1, J-1, K)+S(I, J)-UR(I, J, K) & 1 & \\ UR(I+1, J-1, K)+B(I, J)-DR(I, J, K) & 1 & \\ DR(I-1, J-1, K)+S(I, J)-UR(I, J, K) & 1 & \\ DR(I-1, J-1, K)+B(I, J)-DR(I, J, K) & 1 & \end{array}$$

1 1 . 傾斜板の玉堰き止め禁止

玉 K が上向き矢印玉のとき

$$\begin{array}{lll} UR(I+1, J, K)+B(I, J) & 1 & (I=1, 2, \dots, Nr) \\ UL(I+1, J, K)+S(I, J) & 1 & (J=1, 2, \dots, Nc) \\ & & (K=1, 2, \dots, Nb) \end{array}$$

玉 K が下向き矢印玉のとき

$$\begin{array}{lll} DL(I-1, J, K)+B(I, J) & 1 & \\ DR(I-1, J, K)+S(I, J) & 1 & \end{array}$$

玉 K が左向き矢印玉のとき

$$\begin{array}{lll} DL(I, J+1, K)+B(I, J) & 1 & \\ UL(I, J+1, K)+S(I, J) & 1 & \end{array}$$

玉 K が右向き矢印玉のとき

$$\begin{array}{lll} UR(I, J-1, K)+B(I, J) & 1 & \\ DR(I, J-1, K)+S(I, J) & 1 & \end{array}$$

1 1 . 盤面外枠から外に向かう矢印はない

玉 K が上向き矢印玉のとき

$$U(1, J, K) + UL(1, J, K) + UR(1, J, K) = 0 \quad \begin{matrix} (J=1, 2, \dots, Nc) \\ (K=1, 2, \dots, Nb) \end{matrix}$$

玉 K が下向き矢印玉のとき

$$D(Nr, J, K) + DL(Nr, J, K) + DR(Nr, J, K) = 0$$

玉 K が左向き矢印玉のとき

$$L(I, 1, K) + UL(I, 1, K) + DL(I, 1, K) = 0 \quad \begin{matrix} (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (K=1, 2, \dots, Nb) \end{matrix}$$

玉 K が右向き矢印玉のとき

$$R(I, Nc, K) + UR(I, Nc, K) + DR(I, Nc, K) = 0$$

1 2 . 玉、穴以外のマスは、出矢印に対応する入り矢印がある

玉 K が上向き矢印玉のとき

$$U(I, J, K) + UL(I, J, K) + UR(I, J, K) = U(I+1, J, K) + UL(I+1, J+1, K) + UR(I+1, J-1, K) \quad (I=1, 2, \dots, Nr)$$

玉 K が下向き矢印玉のとき

$$D(I, J, K) + DL(I, J, K) + DR(I, J, K) = D(I-1, J, K) + DL(I-1, J+1, K) + DR(I-1, J-1, K) \quad \begin{matrix} (J=1, 2, \dots, Nc) \\ (K=1, 2, \dots, Nb) \\ \text{玉、穴以外} \end{matrix}$$

玉 K が左向き矢印玉のとき

$$L(I, J, K) + DL(I, J, K) + UL(I, J, K) = L(I, J+1, K) + DL(I-1, J+1, K) + UL(I+1, J+1, K)$$

玉 K が右向き矢印玉のとき

$$R(I, J, K) + DR(I, J, K) + UR(I, J, K) = R(I, J-1, K) + DR(I-1, J-1, K) + UR(I+1, J-1, K)$$

上下界

bounds

変数型

binary

$$S(I, J) \quad B(I, J) \quad E(I, J) \quad \begin{matrix} (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc) \end{matrix}$$

$$U(I, J, K) \quad D(I, J, K) \quad L(I, J, K) \quad R(I, J, K) \quad (I=1, 2, \dots, Nr)$$

$$UL(I, J, K) \quad UR(I, J, K) \quad DL(I, J, K) \quad DR(I, J, K) \quad (J=1, 2, \dots, Nc)$$

$$(K=1, 2, \dots, Nb)$$

終端

end