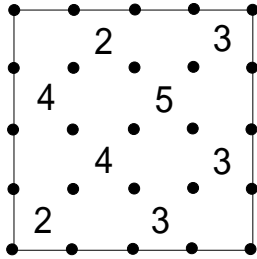


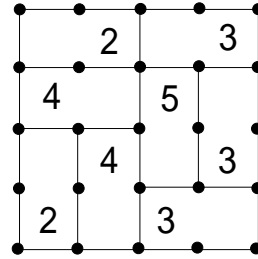
Neighbours

<http://puzzlepnic.com/>

例題 (Genres Neighbours Maarten, December 21, 2007より)



解答



ルール

盤を数字または?の個数の区画(国)に分割する。

各国には、数字または?が1個ずつ入る。

各国の面積は等しい。

数字は国境を接する隣国の数を表す。(?の場合はいくつでもよい)

(<http://puzzlepnic.com/> より)

盤の形は例題のような4角形の外、4隅のマスがいくつか欠けたもの、中央に穴のあるものなどがある。

行番号をI、列番号をJとする。数字には番号を振って国番号(例題ではK=1~8まで)とする。

		列番号 J			
		1	2	3	.. Nc
行番号 I	1				
	2				
	3				
	..				
Nr					

変数

$C(I, J, K) = 1$	マス(I, J)が国Kに所属するとき
$= 0$	" しないとき
$U(I, J, K, KK) = 1$	マス(I, J)が国Kに所属し上のマスが国KKのとき
$= 0$	" しないか上のマスが国KKでないとき
$D(I, J, K, KK) = 1$	マス(I, J)が国Kに所属し下のマスが国KKのとき
$= 0$	" しないか上のマスが国KKでないとき
$L(I, J, K, KK) = 1$	マス(I, J)が国Kに所属し左のマスが国KKのとき
$= 0$	" しないか上のマスが国KKでないとき
$R(I, J, K, KK) = 1$	マス(I, J)が国Kに所属し右のマスが国KKのとき
$= 0$	" しないか上のマスが国KKでないとき
$A(K, KK) = 1$	国Kが国KKに隣接するとき
$= 0$	" しないとき
$N(K, KK) = L$	国Kと国KKの隣接マスがL個あるとき

変数 (続き)

$$X(I, J, K) = \begin{cases} 1 & \text{マス}(I, J)\text{とその右、下、右下マスが国}K\text{所属のとき} \\ 0 & \text{〃} \quad \text{でないとき} \end{cases}$$

$$NC(K) = M \quad \text{国}K\text{に}X(I, J, K)=1\text{のマス(4マス田の字の塊)が}M\text{個あるとき}$$

目的関数

$$\text{minimize } x \quad (\text{ダミー})$$

制約式

subject to

- 1 . マスはどれかの国に所属する

$$\sum_{K=1}^{NK} C(I, J, K) = 1 \quad \begin{matrix} (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc) \end{matrix}$$

NKは国の総数

- 2 . 数字マスはその数字番号の国に所属する

K番目の数字の座標を(I, J)として

$$C(I, J, K) = 1$$

- 3 . 国の広さは一定

$$\sum_{I=1}^{Nr} \sum_{J=1}^{Nc} C(I, J, K) = AK \quad (\text{総マス数} / \text{国総数}) \quad (K=1, 2, \dots, NK)$$

- 4 . 同一国のマスは隣接する

$$C(I, J, K) = C(I-1, J, K) + C(I, J-1, K) + C(I+1, J, K) + C(I, J+1, K) \quad \begin{matrix} (K=1, 2, \dots, NK) \\ (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc) \end{matrix}$$

- 5 . マス(I, J)が国Kに所属し左のマスが国KKに所属するときL(I, J, K, KK)=1とする

$$\begin{aligned} C(I, J, K) + C(I, J-1, KK) - L(I, J, K, KK) &= 1 && (K=1, 2, \dots, NK) \\ L(I, J, K, KK) &= C(I, J, K) && (KK=1, 2, \dots, NK) \\ L(I, J, K, KK) &= C(I, J-1, KK) && (I=1, 2, \dots, Nr) \\ &&& (J=1, 2, \dots, Nc) \end{aligned}$$

- 6 . R(I, J, K, KK)、U(I, J, K, KK)、D(I, J, K, KK)も同様

$$\begin{aligned} C(I, J, K) + C(I, J+1, KK) - R(I, J, K, KK) &= 1 && (K=1, 2, \dots, NK) \\ R(I, J, K, KK) &= C(I, J, K) && (KK=1, 2, \dots, NK) \\ R(I, J, K, KK) &= C(I, J+1, KK) && (I=1, 2, \dots, Nr) \\ &&& (J=1, 2, \dots, Nc) \\ C(I, J, K) + C(I-1, J, KK) - U(I, J, K, KK) &= 1 && \\ U(I, J, K, KK) &= C(I, J, K) && \\ U(I, J, K, KK) &= C(I-1, J, KK) && \\ C(I, J, K) + C(I+1, J, KK) - D(I, J, K, KK) &= 1 && \\ D(I, J, K, KK) &= C(I, J, K) && \\ D(I, J, K, KK) &= C(I+1, J, KK) && \end{aligned}$$

- 7 . 国Kのマス(I, J, K)に隣接する国KKのマス数をN(K, KK)とする

$$\sum_{I=1}^{Nr} \sum_{J=1}^{Nc} \{L(I, J, K, KK) + R(I, J, K, KK) + U(I, J, K, KK) + D(I, J, K, KK)\} = N(K, KK) \quad \begin{matrix} (K=1, 2, \dots, NK) \\ (KK=1, 2, \dots, NK) \end{matrix}$$

8 . N(K, KK) 1 のとき A(K, KK)=1とする

$$\begin{array}{lll} N(K, KK) & \text{bigM} * A(K, KK) & (K=1, 2, \dots, NK) \\ A(K, KK) & N(K, KK) & (KK=1, 2, \dots, NK) \end{array}$$

9 . 1 国の内部マス境界数

1 国の内部境界数は $AK-1+NC$ 個である。N(K, K)は互いに相接するマスを数えているのでこの2倍となっている。これを指定することにより、国の分裂を防ぐ。

$$N(K, K) = 2 * (AK-1+NC(K)) \quad (K=1, 2, \dots, NK)$$

1 0 . 1 国の4個塊マス数 (AK>3のとき)

$$\begin{array}{lll} D(1, J, K, K) + D(I, J+1, K, K) - X(I, J, K) & 1 & (K=1, 2, \dots, NK) \\ X(I, J, K) & D(1, J, K, K) & (I=1, 2, \dots, Nr-1) \\ X(I, J, K) & D(I, J+1, K, K) & (J=1, 2, \dots, Nc-1) \\ \sum_{I=1}^{Nr} \sum_{J=1}^{Nc} X(I, J, K) & = & NC(K) \quad (K=1, 2, \dots, NK) \end{array}$$

1 1 . 国Kの隣接国数を指定値に合わせる

$$\sum_{KK=1}^{NK} A(K, KK) = \text{盤面指定値} \quad (K=1, 2, \dots, NK)$$

上下界

bounds

変数型

binary

$$C(I, J, K) \quad X(I, J, K) \quad \begin{array}{l} (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc) \\ (K=1, 2, \dots, NK) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} L(I, J, K, KK) & R(I, J, K, KK) & (I=1, 2, \dots, Nr) \\ U(I, J, K, KK) & D(I, J, K, KK) & \begin{array}{l} (J=1, 2, \dots, Nc) \\ (K=1, 2, \dots, NK) \\ (KK=1, 2, \dots, NK) \end{array} \end{array}$$

$$A(K, KK) \quad \begin{array}{l} (K=1, 2, \dots, NK) \\ (KK=1, 2, \dots, NK) \end{array}$$

general

$$N(K, KK) \quad \begin{array}{l} (K=1, 2, \dots, NK) \\ (KK=1, 2, \dots, NK) \end{array}$$

$$NC(K) \quad (K=1, 2, \dots, NK)$$

終端

end

残念ながらこの方法による解析は、 $L \sim D(I, J, K, KK)$ の4次元配列変数が負担になるらしく、国面積が6マスを超えると解析時間が急激に長くなり、実質的に解析不能である。