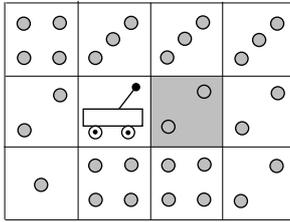


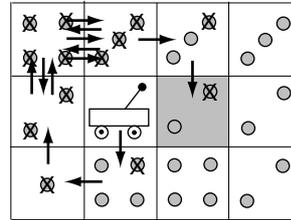
Pathfinder

<http://puzzlepicnic.com/>

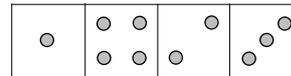
例題 (Genres Pathfinder Maarten, April 30, 2007より)



解答



X 印は拾った石
上記サイトの解答に
矢印はない



ルール

ロボットが石のあるマスを移動する。

ロボットはマスを一つ移動するごとに石を1個拾う。

ロボットは上下左右に移動し、移動方向は移動先のマスの石の数により決め、その優先順位はロボットにプログラムされている。

各時点で、その時の最優先順位の石数のマスが、上下左右に複数個あってはならない。

ロボットは石が無くなったマスに移動してはならない。

ロボットが終点 (塗りつぶしたマス) に到達するように優先順位を決定せよ。

(<http://puzzlepicnic.com/> より)

行番号を I 、列番号を J とする。

		列番号 J				
		1	2	3	...	N_c
行番号 I	1					
	2					
	3					
	...					
	N_r					

変数

$Y(L, M) = 1$ 優先順位 L の数字が M のとき

$= 0$ " でないとき

$P(K, I, J) = 1$ ロボットが K ステップ移動したときのマスが (I, J) のとき

$= 0$ " でないとき

$S(K, I, J) = M$ ロボットが K ステップ移動したとき、マス (I, J) の石の数が M

$bS(K, I, J, M) = 1$ $S(K, I, J) = M$ のバイナリー表示

$= 0$

$NS(K, I, J, M) = N$ ロボットが K ステップ移動したとき、隣接マスに石数 M のマスが N 個ある

目的関数

$$\text{minimize } x \quad (\text{ダミー})$$

制約式

subject to

1. 優先順位 L 番にはどれかの数字が入る

$$\sum_{M=1}^{Nd} Y(L, M) = 1 \quad (L=1, 2, \dots, Nd)$$

Ndは数字の最大値 = 優先順位最下位値

2. 数字はどれかの優先順位になる

$$\sum_{L=1}^{Nd} Y(L, M) = 1 \quad (M=1, 2, \dots, Nd)$$

3. ロボット位置の初期値

$$P(0, I, J) = 0 \quad (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc)$$

ただし、最初にロボットがいるマス(I, J)のみ = 1

4. ステップKのときのロボット位置は一箇所

$$\sum_{I=1}^{Nr} \sum_{J=1}^{Nc} P(K, I, J) = 1 \quad (K=1, 2, \dots, Nk)$$

Nkは想定される最大ステップ数

(理想的には石数の総和まで取りたいが
インプットファイルがパンクする恐れがある)

5. 石数の初期値

$$S(0, I, J) = \text{初期盤面数字} \quad (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc)$$

6. 石数は0以上

$$S(K, I, J) \geq 0 \quad (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc) \\ (K=1, 2, \dots, Nk)$$

7. ロボットは隣接マスに進む

$$P(K-1, I, J) = P(K, I-1, J) + P(K, I, J-1) + P(K, I+1, J) + P(K, I, J+1) \quad (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc) \\ (K=1, 2, \dots, Nk)$$

ただし、終点マス(Ie, Je)を除く

8. ロボットが入ったマスは石数が1減る

$$S(K, I, J) = S(K-1, I, J) - P(K, I, J) \quad (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc) \\ (K=1, 2, \dots, Nk)$$

9. 終点マスに入るのは1回だけ

終点マスの座標を(Ie, Je)として

$$\sum_{K=1}^{Nk} P(K, Ie, Je) = 1$$

1 0 . ロボットの移動は終点マスで終了とする

終点マスの座標を (Ie, Je) として

$$P(KK, I, J) = \text{bigM}^* \{1 - P(K, Ie, Je)\} \quad \begin{matrix} (K=1, 2, \dots, Nk) \\ (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc) \end{matrix}$$

1 1 . 石数 S(K, I, J) = M のバイナリ表示を bS(K, I, J, M) = 1 とする

初期値、M が盤面に与えられた数字のとき

$$\begin{aligned} bS(0, I, J, M) &= 1 && (I=1, 2, \dots, Nr) \\ \text{それ以外} &&& (J=1, 2, \dots, Nc) \\ bS(0, I, J, M) &= 0 \end{aligned}$$

初期値以外

$$bS(K, I, J, M) = 1 \quad \begin{matrix} (K=1, 2, \dots, Nk) \\ (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc) \end{matrix}$$

M = 0

$$\begin{aligned} bS(K, I, J, M) &= 1 + \text{bigM}^* S(K, I, J) \\ bS(K, I, J, M) + \text{bigM}^* S(K, I, J) &= 1 \end{aligned}$$

M = 1

$$S(K, I, J) = \sum_{M=1}^{Nd} M \cdot bS(K, I, J, M)$$

1 2 . ステップ K のとき隣接マスにある数字 M の個数を NS(K, I, J, M) とする

$$NS(K, I, J, M) = bS(K, I-1, J, M) + bS(K, I, J-1, M) + bS(K, I+1, J, M) + bS(K, I, J+1, M)$$

(K=1, 2, ..., Nk)
(I=1, 2, ..., Nr)
(J=1, 2, ..., Nc)
(M=1, 2, ..., Nd)
(Ie, Je) を除く

1 3 . P(K, I, J) = 1 のとき Y(1, M) = 1 ならば NS(K, I, J, M) は 1 個以下

$$NS(K, I, J, M) = 1 + \text{bigM}^* \{1 - P(K, I, J)\} + \text{bigM}^* \{1 - Y(1, M)\}$$

(K=1, 2, ..., Nk)
(I=1, 2, ..., Nr) (Ie, Je) を除く
(J=1, 2, ..., Nc)
(M=1, 2, ..., Nd)

1 4 . P(K, I, J) = 1、Y(1, M) = 1 のときロボットは bS(K, II, JJ, M) = 1 となるマス (II, JJ) に進む

$$\begin{aligned} P(K, I, J) + Y(1, M) + bS(K, I-1, J, M) - P(K+1, I-1, J) &= 2 && (K=1, 2, \dots, Nk) \\ P(K, I, J) + Y(1, M) + bS(K, I, J-1, M) - P(K+1, I, J-1) &= 2 && (I=1, 2, \dots, Nr) \quad (Ie, Je) \text{ を除く} \\ P(K, I, J) + Y(1, M) + bS(K, I+1, J, M) - P(K+1, I+1, J) &= 2 && (J=1, 2, \dots, Nc) \\ P(K, I, J) + Y(1, M) + bS(K, I, J+1, M) - P(K+1, I, J+1) &= 2 && (M=1, 2, \dots, Nd) \end{aligned}$$

1 5 . P(K, I, J) = 1、Y(1, M) = 1、NS(K, I, J, M) = 0、Y(2, MM) = 1 ならば NS(K, I, J, MM) は 1 個以下

(優先順位 1 位の数字が無いとき、優先順位 2 位の数字は 1 個以下)

$$NS(K, I, J, MM) = 1 + \text{bigM}^* \{1 - P(K, I, J)\} + \text{bigM}^* \{1 - Y(1, M)\} + \text{bigM}^* NS(K, I, J, M) + \text{bigM}^* \{1 - Y(2, MM)\}$$

(K=1, 2, ..., Nk)
(I=1, 2, ..., Nr) (Ie, Je) を除く
(J=1, 2, ..., Nc)
(M=1, 2, ..., Nd)
(MM=1, 2, ..., Nd) MM M

1 6 . P(K, I, J)=1、 Y(1, M)=1、 NS(K, I, J, M)=0、 Y(2, MM)=1のとき

ロボットはbS(K, I, J, MM)=1となるマス(I, J)に進む

$$\begin{aligned} P(K, I, J)+Y(1, M)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(2, MM)+bS(K, I-1, J, MM)-P(K+1, I-1, J) & 3 \\ P(K, I, J)+Y(1, M)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(2, MM)+bS(K, I, J-1, MM)-P(K+1, I, J-1) & 3 \\ P(K, I, J)+Y(1, M)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(2, MM)+bS(K, I+1, J, MM)-P(K+1, I+1, J) & 3 \\ P(K, I, J)+Y(1, M)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(2, MM)+bS(K, I, J+1, MM)-P(K+1, I, J+1) & 3 \end{aligned}$$

(K=1, 2, …, Nk)
 (I=1, 2, …, Nr) (Ie, Je)を除く
 (J=1, 2, …, Nc)
 (M=1, 2, …, Nd)
 (MM=1, 2, …, Nd) MM M

1 7 . P(K, I, J)=1、 Y(1, M)=1、 NS(K, I, J, M)=0、 Y(2, MM)=1、 NS(K, I, J, MM)=0、 Y(3, MMM)=1
 のときNS(K, I, J, MMM)は1個以下

$$\begin{aligned} NS(K, I, J, MMM) & 1+\text{bigM}^*\{1-P(K, I, J)\}+\text{bigM}^*\{1-Y(1, M)\}+\text{bigM}^*NS(K, I, J, M) \\ & +\text{bigM}^*\{1-Y(2, MM)\}+\text{bigM}^*NS(K, I, J, MM)+\text{bigM}^*\{1-Y(3, MMM)\} \end{aligned}$$

(K=1, 2, …, Nk)
 (I=1, 2, …, Nr) (Ie, Je)を除く
 (J=1, 2, …, Nc)
 (M=1, 2, …, Nd)
 (MM=1, 2, …, Nd) MM M
 (MMM=1, 2, …, Nd) MMM M、 MMM MM

以下は最大数字Nd=4のとき、(Nd > 4は解析が動かなくなるので扱わない)

1 8 . P(K, I, J)=1、 Y(1, M)=1、 NS(K, I, J, M)=0、 Y(2, MM)=1、 NS(K, I, J, MM)=0、 Y(3, MMM)=1のとき
 ロボットはbS(K, I, J, MMM)=1となるマス(I, J)に進む

$$\begin{aligned} P(K, I, J)+Y(1, M)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(2, MM)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(3, MMM) \\ +bS(K, I-1, J, MMM)-P(K+1, I-1, J) & 4 \\ P(K, I, J)+Y(1, M)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(2, MM)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(3, MMM) \\ +bS(K, I, J-1, MMM)-P(K+1, I, J-1) & 4 \\ P(K, I, J)+Y(1, M)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(2, MM)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(3, MMM) \\ +bS(K, I+1, J, MMM)-P(K+1, I+1, J) & 4 \\ P(K, I, J)+Y(1, M)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(2, MM)-\text{bigM}^*NS(K, I, J, M)+Y(3, MMM) \\ +bS(K, I, J+1, MMM)-P(K+1, I, J+1) & 4 \end{aligned}$$

(K=1, 2, …, Nk)
 (I=1, 2, …, Nr) (Ie, Je)を除く
 (J=1, 2, …, Nc)
 (M=1, 2, …, Nd)
 (MM=1, 2, …, Nd) MM M
 (MMM=1, 2, …, Nd) MMM M、 MMM MM

1 9 . P(K, I, J)=1、 Y(1, M)=1、 NS(K, I, J, M)=0、 Y(2, MM)=1、 NS(K, I, J, MM)=0、 Y(3, MMM)=1、
 NS(K, I, J, MMM)=0、 Y(4, MMMM)=1、 のときNS(K, I, J, MMMM)は1個以下

$$\begin{aligned} NS(K, I, J, MMMM) & 1+\text{bigM}^*\{1-P(K, I, J)\}+\text{bigM}^*\{1-Y(1, M)\}+\text{bigM}^*NS(K, I, J, M) \\ & +\text{bigM}^*\{1-Y(2, MM)\}+\text{bigM}^*NS(K, I, J, MM)+\text{bigM}^*\{1-Y(3, MMM)\} \\ & +\text{bigM}^*NS(K, I, J, MMM)+\text{bigM}^*\{1-Y(4, MMMM)\} \end{aligned}$$

(K=1, 2, …, Nk)
 (I=1, 2, …, Nr) (Ie, Je)を除く
 (J=1, 2, …, Nc)
 (M=1, 2, …, Nd)
 (MM=1, 2, …, Nd) MM M
 (MMM=1, 2, …, Nd) MMM M、 MMM MM
 (MMMM=1, 2, …, Nd) MMMM M、 MMMM MM
 MMMM MMM

上下界

bounds

変数型

binary

Y(L,M) (L=1,2.....Nd)
(M=1,2.....Nd)

P(K,I,J) (I=1,2.....Nr)
(J=1,2.....Nc)
(K=1,2.....Nk)

bS(K,I,J,M) (I=1,2.....Nr)
(J=1,2.....Nc)
(K=1,2.....Nk)
(M=1,2.....Nd)

general

S(K,I,J) (I=1,2.....Nr)
(J=1,2.....Nc)
(K=1,2.....Nk)

NS(K,I,J,M) (I=1,2.....Nr)
(J=1,2.....Nc)
(K=1,2.....Nk)
(M=1,2.....Nd)

終端

end

パズルの整数計画法は、幾何形状のみで時間のないのが普通である。時間がないから記憶もなく経歴もなく初期値もない。しかし、Pathfinderでは、ロボットが同じ場所に何度も来て、何回目に来たかにより周りの状況が変わるので経歴を辿らざるをえない。このため座標(I,J)にロボットの移動ステップ数Kを加えて時間経過を追うこととなった。

この結果、変数全ての次元が増え、インプットファイルは巨大になり、大きなサイズの問題は解析時間が掛りすぎて解けない。