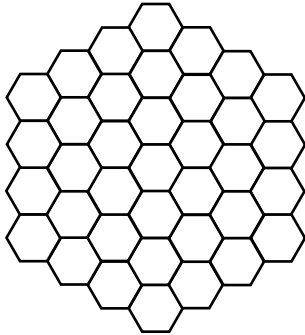


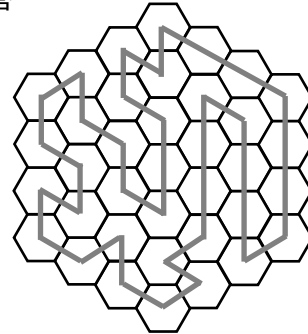
## Second Turn

<http://puzzlepicnic.com/>

例題 (Genres Second Turn Maarten, March 18, 2013より)



解答



## ルール

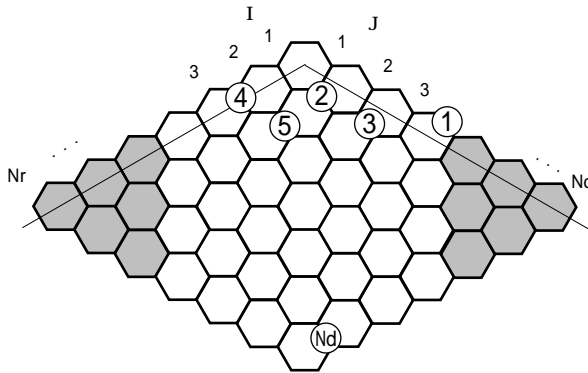
全マスを通る単一閉ループを描く。

ループ線は、 のあるマスで屈曲する。

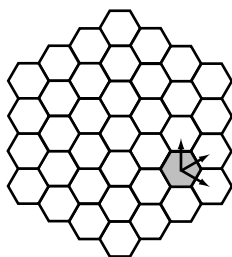
ループ線は、 と の間の途中のマスで1回必ず屈曲しなければならない。

(<http://puzzlepicnic.com/> より)

一般座標の行番号  $I$ 、列番号  $J$  を下図のようにとり灰色部分を継ぎ足して四角い領域を扱う。  
また、 は区別するために番号を振っておく。



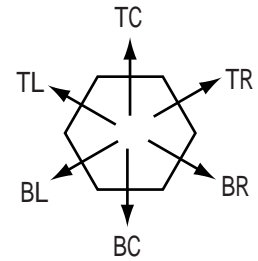
閉ループを描く問題であるから、各マスに矢印を付け全体を繋いで行くことにする。  
閉ループが2つに分裂しないようにするために、矢印に番号を付けて行くが、このためには  
始点となるマスを決める必要がある。この例題では最下端のマスまたは左下カドのマスが  
2方向しか出入口を持たないので、このどちらかをスタートマスに定める。  
また、各マスには屈曲後進めない方向があるので、調べたデータセットを用意しておく。  
ルール から、 のないマスで曲がる時は、曲がった後の進行前方に のマスがなければならない。



左の図で灰色マスでは矢印の方向に曲がることできない。(直進は可)  
この条件を考慮した入力ファイルにしないと、大きな問題では  
解析時間が長くなり実質的に解けないことになる。

## 変数

TC(I,J) = 1	マス(I,J)に上辺中央向きの矢印が付くとき
= 0	" 付かないとき
TL(I,J) = 1	マス(I,J)に上辺左上向きの矢印が付くとき
= 0	" 付かないとき
BL(I,J) = 1	マス(I,J)に下辺左下向きの矢印が付くとき
= 0	" 付かないとき
BC(I,J) = 1	マス(I,J)に下辺中央向きの矢印が付くとき
= 0	" 付かないとき
BR(I,J) = 1	マス(I,J)に下辺右下向きの矢印が付くとき
= 0	" 付かないとき
TR(I,J) = 1	マス(I,J)に上辺右上向きの矢印が付くとき
= 0	" 付かないとき
C(I,J) = 1	マス(I,J)でループ線が曲がる時
= 0	" 曲がらないとき
D(I,J,K) = 1	マス(I,J)に K から出た矢印が通るとき
= 0	" 通らないとき
F(I,J,K) = 1	K から出たループ線がマス(I,J)で曲がる時
= 0	" 曲がらないとき
N(I,J) = L	マス(I,J)に付いた矢印番号がLのとき
bigM	不等式操作の大きな数 = Nr*Ncとする



## 目的関数

minimize  
x (ダミー)

## 制約式

subject to

1. すべてのマスにどれかの矢印が1個付く

$$TC(I,J)+TL(I,J)+BL(I,J)+BC(I,J)+BR(I,J)+TR(I,J) = 1 \quad \begin{matrix} (I=1,2,\dots,Nr) \\ (J=1,2,\dots,Nc) \\ \text{灰色マスは除く} \end{matrix}$$

2. 隣接マスから入ってくる矢印が1個ある

$$TC(I+1,J+1)+TL(I,J+1)+BL(I-1,J)+BC(I-1,J-1)+BR(I,J-1)+TR(I+1,J) = 1 \quad \begin{matrix} (I=1,2,\dots,Nr) \\ (J=1,2,\dots,Nc) \end{matrix}$$

灰色マスは除く  
隣接マスも灰色マスでない

3. 外枠から外に向かう矢印はない。 マスから出る矢印は隣接 マスに向かわない。

$$\begin{matrix} TC(I,J) = 0 & (I=1,2,\dots,Nr) \\ TL(I,J) = 0 & (J=1,2,\dots,Nc) \\ BL(I,J) = 0 & \\ BC(I,J) = 0 & \text{外枠のマスおよび} \\ BR(I,J) = 0 & \text{隣接 マスの マス} \\ TR(I,J) = 0 & \end{matrix}$$

3 . 矢印の連続条件

$$TC(I, J) + TL(I, J) + BL(I, J) + BR(I, J) + TR(I, J) \quad TC(I+1, J+1)$$

ただし、TC(I, J)以外の左辺各矢印は許容される方向のみ、以下同様

$$\begin{array}{ll} TC(I, J) + TL(I, J) + BL(I, J) + BC(I, J) + TR(I, J) & TL(I, J+1) \\ TC(I, J) + TL(I, J) + BL(I, J) + BC(I, J) + BR(I, J) & BL(I-1, J) \\ TL(I, J) + BL(I, J) + BC(I, J) + BR(I, J) + TR(I, J) & BC(I-1, J-1) \\ TC(I, J) + BL(I, J) + BC(I, J) + BR(I, J) + TR(I, J) & BR(I, J-1) \\ BC(I, J) + BL(I, J) + TR(I, J) + TC(I, J) + TL(I, J) & TR(I+1, J) \end{array} \quad \begin{array}{l} (I=1, 2, \dots, Nr) \\ (J=1, 2, \dots, Nc) \\ \text{灰色マスは除く} \end{array}$$

4 . KのあるマスをD(I, J, K)=1とする

(I, J)を Kのあるマスの座標として

$$D(I, J, K) = 1 \quad (K=1, 2, \dots, Nd)$$

5 . マスにはどれか一つの からの線が通る

$$\begin{array}{l} \sum_{K=1}^{Nd} D(I, J, K) = 1 \quad (I=1, 2, \dots, Nr) \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad (J=1, 2, \dots, Nc) \\ \text{灰色マスは除く} \end{array}$$

6 . D(I, J, K)=1のマスに付いた矢印の先のマスを(I1, J1)とすると、D(I1, J1, K)=1である  
ただし、(I1, J1)が マスでないとき

$$\begin{array}{ll} D(I, J, K) + TC(I-1, J-1) - D(I-1, J-1) & 1 \quad (I=1, 2, \dots, Nr) \\ D(I, J, K) + TL(I, J-1) - D(I, J-1) & 1 \quad (J=1, 2, \dots, Nc) \\ D(I, J, K) + BL(I+1, J) - D(I+1, J) & 1 \quad \text{灰色マスは除く} \\ D(I, J, K) + BC(I+1, J+1) - D(I+1, J+1) & 1 \\ D(I, J, K) + BR(I, J+1) - D(I, J+1) & 1 \\ D(I, J, K) + TR(I-1, J) - D(I-1, J) & 1 \end{array}$$

7 . 経路が屈曲するマスをC(I, J)=1とすると、マスと角マスではC(I, J)=1

$$C(I, J) = 1 \quad (I, J) \text{は のあるマスおよび外形でカドにくるマスの座標}$$

8 . 矢印ごとの C(I, J)=1のセット

$$\begin{array}{ll} TC(I+1, J+1) + TC(I, J) - C(I, J) & 2 \quad (I=1, 2, \dots, Nr) \\ TC(I+1, J+1) + TL(I, J) - C(I, J) & 1 \quad (J=1, 2, \dots, Nc) \\ TC(I+1, J+1) + BL(I, J) - C(I, J) & 1 \\ TC(I+1, J+1) + BR(I, J) - C(I, J) & 1 \\ TC(I+1, J+1) + TR(I, J) - C(I, J) & 1 \\ \\ TL(I, J+1) + TL(I, J) - C(I, J) & 2 \\ TL(I, J+1) + TC(I, J) - C(I, J) & 1 \\ TL(I, J+1) + BL(I, J) - C(I, J) & 1 \\ TL(I, J+1) + BR(I, J) - C(I, J) & 1 \\ TL(I, J+1) + TR(I, J) - C(I, J) & 1 \\ \\ BL(I+1, J+1) + BL(I, J) - C(I, J) & 2 \\ BL(I+1, J+1) + TL(I, J) - C(I, J) & 1 \\ BL(I+1, J+1) + BC(I, J) - C(I, J) & 1 \\ BL(I+1, J+1) + TC(I, J) - C(I, J) & 1 \\ BL(I+1, J+1) + BR(I, J) - C(I, J) & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{灰色マスは除く} \end{array}$$

8 . C(I,J)=1セット ( 続き )

BC(I-1,J-1)+BC(I,J)+C(I,J)	2	(I=1,2,...,Nr)
BC(I-1,J-1)+BL(I,J)-C(I,J)	1	(J=1,2,...,Nc)
BC(I-1,J-1)+BR(I,J)-C(I,J)	1	灰色マスは除く
BC(I-1,J-1)+TL(I,J)-C(I,J)	1	
BC(I-1,J-1)+TR(I,J)-C(I,J)	1	
BR(I,J-1)+BR(I,J)+C(I,J)	2	
BR(I,J-1)+BC(I,J)-C(I,J)	1	
BR(I,J-1)+TR(I,J)-C(I,J)	1	
BR(I,J-1)+BL(I,J)-C(I,J)	1	
BR(I,J-1)+TC(I,J)-C(I,J)	1	
TR(I+1,J)+TR(I,J)+C(I,J)	2	
TR(I+1,J)+TL(I,J)-C(I,J)	1	
TR(I+1,J)+BC(I,J)-C(I,J)	1	
TR(I+1,J)+TC(I,J)-C(I,J)	1	
TR(I+1,J)+BR(I,J)-C(I,J)	1	

9 . K から出て経路が曲がるマスをF(I,J,K)=1とする

D(I,J,K)+C(I,J)-F(I,J,K)	1	(I=1,2,...,Nr)	灰色マスは除く
D(I,J,K)	F(I,J,K)	(J=1,2,...,Nc)	
C(I,J)	F(I,J,K)	(K=1,2,...,Nd)	

10 . Kマスでの屈曲も含め、経路Kの屈曲数は2である

$$\sum_{I=1}^{Nr} \sum_{J=1}^{Nc} F(I,J,K) = 2 \quad (K=1,2,\dots,Nd)$$

11 . スタート矢印番号を1にセット

スタートマス座標を(Is,Js)として  
 $XX(Is,Js)=1$  XXはスタート矢印の方向 ( TC,TL,BL,BC,BR,TRのどれか )  
 $N(Is,Js)=1$

12 . 矢印番号 ( 昇順 ) をセット

$N(I+1,J+1)+1$	$N(I,J)+bigM*\{1-TC(I+1,J+1)\}$	(I=1,2,...,Nr)	灰色マスは除く
$N(I+1,J+1)+1+bigM*\{1-TC(I+1,J+1)\}$	$N(I,J)$	(J=1,2,...,Nc)	
$N(I,J+1)+1$	$N(I,J)+bigM*\{1-TL(I,J+1)\}$		ただし(I,J) (Is,Js)
$N(I,J+1)+1+bigM*\{1-TL(I,J+1)\}$	$N(I,J)$		
$N(I-1,J)+1$	$N(I,J)+bigM*\{1-BL(I-1,J)\}$		
$N(I-1,J)+1+bigM*\{1-BL(I-1,J)\}$	$N(I,J)$		
$N(I-1,J-1)+1$	$N(I,J)+bigM*\{1-BC(I-1,J-1)\}$		
$N(I-1,J-1)+1+bigM*\{1-BC(I-1,J-1)\}$	$N(I,J)$		
$N(I,J-1)+1$	$N(I,J)+bigM*\{1-BR(I,J-1)\}$		
$N(I,J-1)+1+bigM*\{1-BR(I,J-1)\}$	$N(I,J)$		
$N(I+1,J)+1$	$N(I,J)+bigM*\{1-TR(I+1,J)\}$		
$N(I+1,J)+1+bigM*\{1-TR(I+1,J)\}$	$N(I,J)$		

上下界

bounds

変数型

binary

TC(I,J) (I=1,2,...Nr)

TL(I,J) (J=1,2,...Nc)

BL(I,J) ただし、灰色マスは除く

BC(I,J)

BR(I,J)

TR(I,J)

C(I,J)

D(I,J,K) (I=1,2,...Nr)

F(I,J,K) (J=1,2,...Nc) ただし、灰色マスは除く

(K=1,2,...Nd)

general

N(I,J) (I=1,2,...Nr)

(J=1,2,...Nc)

ただし、灰色マスは除く

終端

end

Excelでは6角形は扱えないので4角で代用しているが、かなり苦しい。

